UO‘K 517.9:517.928

HOSILA OLDIDA KASR DARAJALI PARAMETR QATNASHGAN INTEGRO-DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASINNING ASIMPTOTIK YECHIMINI TUZISH

Alishev Abdumannon,
Jizzax davlat pedagogika universiteti dotsenti
alishev.abdumannon@mail.ru
Kulanov Ikrom Burxonovich,
Jizzax davlat pedagogika universiteti katta o‘qituvchisi
ikulanov76@mail.ru

Annotatsiya. *Ushbu ishda birinchi tartibli hosila oldida kasr darajali parametr qatnashgan sekin o‘zgaruvchili chiziqli bo‘lmagan integro-differensial tenglamalar sistemasi qaralgan. Qaralayotgan sistemaning xarakteristik tenglamasi nol karrali ildizga ega bo‘lib unga bitta elementar bo‘luvchi mos kelgan kritik hol uchun asimptotik ko‘rinishdagi yechimni tuzish masalasi o‘rganilgan.*

Kalit so‘zlar: *asimptotik, sistema, xarakteristika, tenglama, koeffitsiyent, differensial, chiziqli bo‘lmagan, umumlashgan teskari matrissa.*

СОСТАВЛЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДРОБНЫМ СТЕПЕННЫМ ПАРАМЕТРОМ ПЕРЕД ПРОИЗВОДНОЙ

Аннотация. *В данной работе рассматривается система медленно меняющихся нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с дробным параметром перед производной первого порядка. Исследуется задача построения асимптотического решения для критического случая, в котором характеристическое уравнение рассматриваемой системы имеет нулевой кратный корень и соответствует одному элементарному делителю.*

Ключевые слова: *асимптотический, система, характеристика, уравнение, коэффициент, дифференциал, нелинейный, обобщённая обратная матрица.*

CONSTRUCTING AN ASYMPTOTIC SOLUTION FOR A SYSTEM OF INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH A FRACTIONAL PARAMETER BEFORE THE DERIVATIVE

Abstract. *This paper considers a system of slowly varying nonlinear integro-differential equations containing a parameter with a fractional power before the first-order derivative. The problem of constructing a solution in asymptotic form is studied for the critical case where the characteristic equation of the system under consideration has a zero root of multiplicity one, corresponding to a single elementary divisor.*

Keywords: *asymptotic, system, characteristic, equation, coefficient, differential, nonlinear, generalized inverse matrix.*

Kirish. Sekin o‘zgaruvchi koeffitsiyentli differensial tenglamalarni sistematik o‘rganish o‘tgan asrning 50-yillarida boshlangan.

1948-1949 yillarda S.F.Fishenkoning [1,2] ishlarini paydo bo‘lishi shunday tenglamalarni o‘rganishni boshlagan. Bu ishlarda avtor

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \varepsilon P(\tau,\varepsilon)\frac{dy}{dt} + q(\tau,\varepsilon)y = \varepsilon f(\tau,\varepsilon)e^{i\theta(t,\varepsilon)}$$

ko‘rinishdagi ikkinchi tartibli differensial tenglamani yechishning asimptotik metodini taklif etgan, bunda $P(\tau,\varepsilon), q(\tau,\varepsilon), f(\tau,\varepsilon), \frac{d\theta(\tau,\varepsilon)}{dt}$ sekin o‘zgaruvchiga bog‘liq bo‘lgan funksiyalar, $\tau = \varepsilon t$ sekin o‘zgaruvchi vaqt $\varepsilon > 0$ −kichik parametr. Ishda $k(\tau) = \frac{d\theta}{dt}$ (tashqi chastota) funksiya ba’zi $\tau \in [0, L]$lar uchun (1)-tenglamaning xarakteristik tenglamasining oddiy ildizlaridan bittasiga(xususiy chastotasi) teng bo‘lgan hol qaralgan.

Bu hol matematika-fizika masalalalarning tatbiqida muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega.

Fishenkoning ilmiy xulosalari G.N.Sovin, V.N.Shevelo, A.I.Kuji, O.A.Goreshko [3,4] tomonidan shaxtaning ko‘tarish kanatlarida yuzaga keladigan kuchayish orqali ifodalanuvchi differensial tenglamaning yaqinlashuvchi yechimlarini aniqlash uchun qo‘llanilgan. Bu tenglama ba’zi almashtirishlardan keyin sekin o‘zgaruvchi koeffitsiyentli differensial tenglamaga keltirilgan :

$$a(\tau,\varepsilon)\frac{d^2\varphi}{dT^2}+\varepsilon C(\tau,\varepsilon)\frac{d\varphi}{dt}+b(\tau,\varepsilon)\varphi=f(\tau,\varepsilon)$$

bunda $\tau=\varepsilon T, T=wt, w=\frac{a^2}{\alpha qc}, \varepsilon=\sqrt[3]{\frac{a}{w^2 q}}$ munosabatlardan aniqlanadi Q,α,q,l −qaralayotgan tenglamaga kiruvchi berilgan parametrlar.

Integro-differensial tenglamalar nazariyasiga ko‘plab ishlar bag‘ishlangan [5,8]. Integro-differensial tenglamalarga bag‘ishlangan kengroq ma’lumotlarni [7,8] ishlardan olish mumkin. Ikkita tenglamadan tashkil topgan chiziqli bo‘lmagan integro-differensial tenglamalar sistemasi uchun chegaraviy funksiyalar usulini A.B.Vasileva, B.F.Butuzov va ularning o‘quvchilari [9,10] ishlarida qo‘llaganlar. Kichik parametrga bog‘liq bo‘lgan integro-differensial tenglamalar ustida [11,12,13] tadqiqot ishlarni olib borishganligini ko‘rish mumkin.

Yuqorida qayd etilgan ishlardan farqli ushbu ishda chiziqli bo‘lmagan integro-differensial tenglamalar sistemasi uchun xarakteristik tenglamaning ildizlari nol karrali bo‘lgan kritik hol uchun umumlashgan teskari matrissa usulini qo‘llab asimptotik yechimini tuzish, masalasini qaraymiz.

Masalaning qo‘yilishi.

Ushbu ishda

$$\varepsilon^{\frac{p}{q}}\frac{dx}{dt}=A(\tau,\varepsilon)x+\varepsilon^2\int_0^L K(\tau,\sigma,\varepsilon)x(\sigma,\varepsilon)d\sigma+\varepsilon f(\tau,x,\varepsilon) \quad (3)$$

ko‘rinishidagi chiziqli bo‘lmagan integro-differensial tenglamalar sistemasini qaraymiz, $x(t,\varepsilon), f(\tau,x,\varepsilon)-n$ tartibli vektorlar bo‘lib $x(t,\varepsilon)$ −noma’lum, $A(\tau,\varepsilon)$, $K(\tau,\sigma,\varepsilon)$ (3)- tenglamaning yadrosi berilgan n −o‘lchovli kvadrat matrissalar, $\varepsilon>0$ kichik parametrning darajalari bo‘yicha yaqinlashuvchi darajali qatorga yoyiladi:

$$A(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s A_s(\tau) \quad K(\tau,\sigma,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\varepsilon^s A_s(\tau,\sigma) \quad (4)$$

$f(\tau,x,\varepsilon)$ vektor $(\tau,x_0,0)$ nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyiladi, $\tau=\varepsilon t,\ \sigma=st$ −sekin o‘zgaruvchi vaqt, p va q berilgan o‘zaro tub sonlar

$$\det[A_0(\tau)-\lambda(\tau)E]=0 \quad (5)$$

(E-birlik matrissa) tenglamaga (3)-sistemaning xarakteristik tenglamasi deyiladi. Uning ildizlarini $\lambda_i(\tau), i=\overline{1,n}$ orqali belgilaymiz.

Bu ishda (3)-sistemaning (5) tenglamasi yarim oddiy, ya’ni k −karrali nol ildizga ega bo‘lib, unga bitta elementar bo‘luvchiga ega bo‘lgan hol uchun asimptotik yechimni tuzsin masalasini qaraymiz. Qolgan $n-k=m$ ildizlar [10] chiga asosan qanday bo‘lishi muhim emas.

Asosiy ilmiy natijalar.

(3)-sistemaning (5) tenglamasi yarim oddiy, ya’ni k −karrali nol ildizga ega bo‘lib unga bitta elementar bo‘luvchi mos kelgan hol uchun asimptotik yechimini ko‘rsatuvchi quyidagi teorema o‘rinli.

Bu hol uchun (3) – sistemaning asimptotik yechimini ko‘rsatuvchi quyidagi teorema o‘rinli.

1 – Teorema. Faraz qilaylik quyidagi shartlar bajarilsin:

a) $A_s(\tau)$ $(s=0,1,2,\dots)$ matrissalar $\tau\in[0,L]$ oraliqda, $f(\tau,x,\varepsilon)$ vektor $P(\tau,x,\varepsilon)=P(\tau,x)\times(0<\varepsilon\le\varepsilon_0]$, bunda $P(\tau,x)-\tau,x$ o‘zgaruvchilar fazosining ba’zi soxasida cheksiz differensiallanuvchi;

b) $K_s(\tau,\sigma)$ $(s=0,1,2,\dots)$ barcha $\tau,\sigma\in[0,L]$ lar uchun τ o‘zgaruvchi bo‘yicha istalgan tartibli xususiy xosilalarga ega bo‘lsin.

c) (5)-tenglamaning ildizlari

$$\lambda_i(\tau)\equiv 0,\forall\tau\epsilon[0,L],(i=1,2\dots,k),Re\lambda_j(\tau)\le 0\ (j=k+1,\dots,n)$$

munosabatda bo‘lsin.

U holda (3)-sistema $p>q$ xol uchun

$$x(t,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{\infty}\mu^s u_s(\tau),\ \ \mu=\sqrt[q]{\varepsilon} \quad (6)$$

ko‘rinishdagi formal xususiy yechimga ega bo‘ladi.

Isbot. 1-teoremani isbot qilish uchun (6)-ifodani (3)-sistemaga qo‘yib xosil qilingan ifodadan $f(\tau,x,\mu^q)$ vektorni $(\tau,x_0,0)$ nuqta atrofida Teylor qatoriga yoyilmasidan μ parametrining bir xil darajalari hadlarini yig‘ib

$\mu^p u'(\tau,\mu) = A(\tau,\mu^q)u(\tau,\mu) + \mu^q \int_0^L K(\tau,\sigma,\mu^q)d\sigma u(\sigma,\mu)d\sigma + \mu^q\{f(\tau,u_0(\tau),0) + \mu f_u(\tau)u_1(\tau) + \cdots + \mu^s[f_u(\tau)u_s(\tau) + f_{s-1}(\tau) + \tilde{f}_{s+1-q}(\tau)] + \cdots$

(7)

ayniyatni hosil qilamiz, bunda $f_u(\tau) = \frac{\partial f^i}{\partial \mu^j}$ matrissaning elementlari va $f_s(\tau)$ vektorning koordinatalari $(\tau, u_0(\tau), 0)$ nuqtaga hisoblanadi. $\tilde{f}_{s+1-q}(\tau)$ $(s = 2,3,\dots)$ vektor $u_s(\tau)$ $(s = 0,1,2,\dots,s-1)$ vektorlar orqali ma'lum tartibda ifodalanadi.

(7)-ayniyatdan μ parametrning bir xil darajalari oldidagi koeffitsiyentlari tenglashtirib (6)-qatorning noma'lum hadlarini aniqlash uchun rekurent tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$A_0(\tau)u_\upsilon(\tau) = 0, \upsilon = 0,1,\dots,q-1, \quad (8)$$

$$A_0(\tau)u_q(\tau) = -A_1(\tau)u_1(\tau) - f\big(\tau,u_0(\tau)\big) \quad (9)$$

$$A_0(\tau)u_p(\tau) = -A_1(\tau)u_2(\tau) - f_u(\tau)u_2(\tau) - f_1(\tau) + u'_0(\tau) \quad (10)$$

……

$$A_0(\tau)u_{2q}(\tau) = -A_1(\tau)u_3(\tau) - f_u(\tau)u_3(\tau) - f_2(\tau) - \int_0^t K_0(\tau)u_0(\sigma)d\sigma \quad (11)$$

…….

$$A_0(\tau)u_s(\tau) = -A_1(\tau)u_{s-q}(\tau) - f_u(\tau)u_{s-q}(\tau) - a_1(\tau) \quad (12)$$

bunda

$a_1(\tau) = -\sum_{s=1}^{\left[\frac{s}{p}\right]} A_s(\tau)u_{s-ip}(\tau) - \sum_{s=1}^{\left[\frac{s}{2q}\right]} K_s(\tau,\sigma)\,u_{s-2q}(\tau)d\sigma - f_{s-q}(\tau) + u'_{s-p}(\tau) \quad s = 2q+1, 2p+2, \dots$

(8)-sistemadan [14] chiga asosan

$$u_\nu(\tau) = \sum_{i=1}^{x} \varphi_i(\tau)\eta_{i\nu}(\tau), \ \gamma = 0,1,\dots,q-1 \quad (13)$$

yechimni hosil qilamiz, bunda $\eta_{i\nu}(\tau)$ keyingi qadamda aniqlanadigan noma'lum funksiyalar $\varphi_i - A_0(\tau)$ matrissaning xos qiymatiga mos keluvchi $n-$ o'lchovli xos vektor $\varphi_i \in N(A_0(\tau))$, bo'lib $i-$chi koordinatasi 1-ga qolgan koordinatali 0-ga teng bo'lgan ustunli vektor.

(9) – tenglamani (13) – ifodani e'tiborga olib

$$A_0(\tau)u_q(\tau) = -A_1(\tau)\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(\tau)\eta_{i0}(\tau) \quad f(\tau,\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(\tau)\eta_{i0}(\tau)) \quad (14)$$

ko'rinishida yozamiz.

(14)-bir jinsli bo'lmagan tenglama bo'lib, u yechimga ega bo'lishi yechim mavjud bo'lish sharti bajarilishi zarur va yetarlidir. Faraz qilaylik (14)-tenglama uchun $\tau \in [0,L]$ bo'yicha yechim mavjud bo'lish sharti

$$(\psi_j, (-A_1(\tau)\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(\tau)\eta_{i0}(\tau) - f(\tau,\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(\tau)\eta_{i0}(\tau)) = 0 \quad (15)$$

bajarilsin. Bu shartdan

$$(\psi_j, (-A_1(\tau)\sum_{i=1}^{k}\varphi_i))\eta_{i0}(\tau) - (\psi_j, f(\tau,\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(\tau)\eta_{i0}(\tau)) = 0 \quad (16)$$

tenglikni xosil qilamiz, bunda $\psi \in N\big(A_0^*(i)\big)$, φ_i va φ_j $(i,j = \overline{1,k})$, ortonormallangan vektorlar bo'lib $\forall(\tau) \in [0,L]$ oraliqda

$$\big(\psi_j,\varphi_i\big) = 1, i = j, \big(\big(\psi_j,\varphi_i\big) = 0, i \neq j, i,j = \overline{1,k}\ , \quad (17)$$

$$(\psi_j, (A_1(\tau) - f_u(\tau)\varphi_i) \neq 0$$

$A_0(\tau)$ matrissaning qo'shma matrissasi matrissaning xos qiymati $\psi_j - A_0^*(i)$, $j-$koordinatasi 1-ga qolgan koordinatali 0-ga teng bo'lgan satrli vektor.

(16)-tenglama uchun oshkormas funksiya haqidagi teorema o'rinli deb faraz qilib, [15] chiga asosan $\eta_{i0}(\tau)$ noma'lum funksiyani aniqlaymiz. Demak (14) tenglama uchun (16) shart o'rinli, u holda bu tenglamadan (6) qatorning noma'lum hadi $u_q(\tau)-$vektorni

$$u_q(\tau) = A_0^+(\tau)[-A_1(\tau)\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\eta_{i0}(\tau) - f(\tau,\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(\tau)\eta_{i0}(\tau))] + \sum_{i=1}^{k}\varphi_i\eta_{iq}(\tau) \quad (18)$$

ko'rinishda aniqlaymiz, bunda $\eta_{iq}(\tau)$- keyingi qadamda aniqlanadigan noma'lum funksiya, $A_0^+(\tau)$, $A_0(\tau)$ matrissaning umumlashgan teskari matrissasi

$$A_0^+(\tau) = [A_0(\tau) - (\psi_j \otimes \sum_{i=1}^{k}\varphi_i)]^{-1} - \sum_{\eta=1}^{k}\big(\varphi_i \otimes \psi_j\big) \quad (19)$$

$\otimes, \varphi_i\ va\ \psi_j$ vektorlarning tenzor ko'paytmasi belgisi.

(10)-tenglamaning (13) tenglamadagi $\nu_0 = 0$ va $\nu = 2$ bo'lgandagi ifodasini e'tiborga olib

$$A_0(\tau)u_p(\tau) = -A_1(\tau)[\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\eta_{i2}(\tau)) + f_u(\tau)]\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\eta_{i2}(\tau)) - f_1(\tau) + +\sum_{i=1}^{k}\varphi_i\eta'_{i0}(\tau) \quad (20)$$

ko‘rinishda yozamiz. (20) tenglama uchun yechim mavjud bo‘lish sharti

$$(\psi_j, \left(A_1(\tau) - f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{i2}(\tau) = (\psi_j, f_1(\tau)) - (\psi_j, \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta'_{i0}(\tau),$$

$j = \overline{1,n}.$ (21)

(21) tenglamadan $\eta_{i2}(\tau)$ −noma’lum funksiyani (17) – shartni etiborga olib

$$\eta_{i2}(\tau) = \frac{\left(\psi_j, f_1(\tau)\right) - (\psi_j, \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta'_{i0}(\tau)}{(\psi_j, (A_1(\tau) - f_u(\tau)\varphi_i)} \quad i = j, \quad i, j = \overline{1,n} \qquad (22)$$

ko‘rinishga ega ekanligini aniqlaymiz.

(18)-tenglama uchun yechim mavjud bo‘lish sharti o‘rinli, u holda (6)-qatorning $u_p(\tau)$ noma’lum hadi

$$u_p(\tau) = A_0^+(\tau)[-\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i2}(\tau) - f_1(\tau) + + \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta'_{i0}(\tau)] + \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{ip}(\tau) \qquad (23)$$

ga teng bo‘ladi, $\eta_{ip}(\tau)$ −keyingi qadamda aniqlanadigan noma’lum funksiya. (11)-tenglama (13)-tenglamada $\nu = 0, \nu = 3$ bo‘lganda

$$A_0(\tau)u_{2q}(\tau) = -\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i3}(\tau) - f_2(\tau) - \int_0^L K_0(\tau, \sigma) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i0}(\tau) d\sigma + \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i2q}(\tau) \qquad (24)$$

ko‘rinishga ega. Bu tenglama uchun yechim mavjud bo‘lish sharti

$$(\psi_j(-A_1(\tau) + f_u(\tau) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{i3}(\tau) - (\psi_j, f_2(\tau)) - (\psi_j, \int_0^L K_0(\tau, \sigma) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{i0}(\tau) d\sigma + (\psi_j, \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{i2q-P}(\tau) \qquad (25)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bu tenglamadan noma’lum $\eta_{i3}(\tau)$ funksiya:

$$\eta_{i3}(\tau) = \frac{\left(\psi_j, f_1(\tau)\right) - (\psi_j, \int_0^L K_0(\tau, \sigma) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{i0}(\tau) d\sigma + (\psi_j, \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{i2q-p}(\tau)}{((\psi_j, -\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right)\varphi_i)}$$

$i = j, \quad i, j = \overline{1,n}$ (26)

ko‘rinishida aniqlanadi. Demak (24)-tenglama uchun yechim mavjud bo‘lish sharti o‘rinli. U holda (6)-qatorning $u_{2q}(\tau)$ noma’lum hadi

$$u_{2q}(\tau) = A_0^+(\tau)[-\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i3}(\tau) - f_2(\tau) - \int_0^L K_0(\tau, \sigma) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i0}(\sigma) d\sigma + \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i2q-p}(\tau)] + \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{i2q-p+1}(\tau), \qquad (27)$$

η_{i2q-p} −funksiya yuqoridagidek keyingi qadamda aniqlanadigan noma’lum funksiya

Shu jarayonni davom ettirib S −chi qadamda (12) tenglamani

$$A_0(\tau)u_s(\tau) = -\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \psi \eta_{is-q}(\tau) - Q(\tau) \qquad (28)$$

ko‘rinishida yozamiz, bunda

$$Q(x) = -\sum_{s=1}^{\left[\frac{s}{q}\right]} A_s(\tau)u_{s-ip}(\tau) - \sum_{s=1}^{\left[\frac{s}{2q}\right]} K_s(\tau\sigma)u_{s-2q} d\sigma - f_{s-q}(\tau) - u'_{s-p}(\tau) - \cdots \qquad s = 2q + 1, 2q + 2, \ldots$$

(28)-tenglama uchun yechim mavjud bo‘lish sharti

$$(\psi_j, \left(-\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i)\eta_{is-q}(\tau) + (Q(\tau), \psi_j\right) = 0, \qquad (29)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bu tenglamadan $\eta_{s-q}(\tau)$ −noma’lum funksiyani aniqlasak

$$\eta_{s-q}(\tau) = -\frac{\left(\psi_j, Q(\tau)\right)}{(\psi_j, (A_1(\tau) + f_u(\tau))\varphi_i)} \quad i = \overline{1,k} \qquad (30)$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

Bundan ko‘rinadiki (28)-tenglama uchun (29) shart bajariladi. U holda (6) qatorning $u_s(\tau)$ noma’lum vektori

$$u_s(\tau) == A_0^+(\tau)\left[-\left(A_1(\tau) + f_u(\tau)\right) \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{is-q}(\tau) - Q(\tau)\right] + \sum_{i=1}^{k} \varphi_i \eta_{is}(\tau) \qquad (31)$$

ko‘rinishda bo‘ladi, bunda $\eta_{is}(\tau)$ −keyingi qadamda aniqlanadigan noma’lum funksiya.

(6)-formal qatorning koeffitsiyentlarini aniqlash usullarini ko‘rsatish orqali, biz 1-teoremani isbotladik.

Asimptotik yaqinlashishni isbotlash.

Yuqorida tanishib chiqilgan algoritm yordamida (6)-formuladagi qatorning har qanday hadlarini aniqlash mumkin. Amaliyotda hisoblashlarning kattalashib ketishini e'tiborga olib, qator yoyilmasining dastlabki m ta hadini tuzish bilan chegaralanamiz. Shu munosabat bilan(3)-sistemaning m ta yaqinlashuvchi yechimi tushunchasi qaraladi.

Qaralayotgan hol uchun m −yaqinlashuvchini

$$x_m(t,\varepsilon)=\sum_{s=0}^{m} e^s u_s(\tau) \qquad (32)$$

ifoda orqali aniqlaymiz. Faraz qilaylik, $x(t,\varepsilon)$ (3)-sistemaning $t=0$ shartni qanoatlantiruvchi aniq yechimi bo'lsin. Shu boshlang'ich shartni $x_m(t,\varepsilon)$ vektor ham qanoatlantirsin. U holda [16] chida ko'rsatilgandek $x_m(t,\varepsilon)$ yaqinlashuvchi yechim $x(t,\varepsilon)$ yechimga asimptotik yaqinlashishni ko'rsatishimiz mumkin. Dastlab quyidagi Lemmani keltiramiz.

1. Lemma. Faraz qilaylik 1-teoremaning shartlari bajarilsin, u holda m −chi $x_m(t,\varepsilon)$ yaqinlashuvchi yechim

$$\frac{dx_m}{dt}=[A_0(\tau)+\mu^q A_0(\tau,\mu)]u_m+\mu^q f(\tau,u_m,\mu^q)+\mu^{\tilde{q}}\int_0^L K(\tau,\sigma,\mu^q)\,u_m(\sigma,\mu^q)d\sigma+\mu^q R_m(\tau,\mu), \qquad (33)$$

tenglamani qanoatlantiradi, bunda $R_m(\tau,\mu)$ −vektor funksiya $[0,L]$ oraliqda chegaralangan.

Lemmani isbot qilish uchun (32) ifodani (3)-tenglamaga qo'yib 1-teoremaga asosan (32)-vektor (31) sistemani $O(\varepsilon^{m+1})$ aniqlikda qanoatlantirishga ishonch hosil qilamiz.

Faraz qilaylik, boshlang'ich

$$V(\tau,\varepsilon)|_{\tau=0}=V_0 \qquad (34)$$

shartni qanoatlantiruvchi

$$\frac{dV}{dt}=A_0(\tau)V \qquad (35)$$

tenglama $V(\tau,\varepsilon)$ yechimga ega bo'lsin. Bu yechim $\forall\tau\in[0,L]$ uchun

$$\|V(\tau,\varepsilon)\|\le M \qquad (36)$$

tenglikni qanoatlantirsin, bunda M,ε −ga bog'liq bo'lmagan o'zgarmas.

1-teoremada. Tuzilgan formal xususiy yechimni asimptotik xarakterga ega ekanligini quyidagi teorema ko'rsatadi.

2-teorema. Faraz qilaylik (3)-sistema uchun 1-teoremaning shartlari bajarilsin va

a) $f(\tau,x,\varepsilon)$ vektor funksiya o'zgarmas l soni uchun Lipshas shartini qanoatlantirsin,

$$\|f(\tau,x,\varepsilon)-f(\tau,x_m,\varepsilon)\|\le l\|x-x_m\|; \qquad (37)$$

b) (36) −shart bajarilib

$$x(t,\varepsilon)|_{t=0}=x_m(t,\varepsilon)|_{t=0}, \qquad (38)$$

tenglik o'rinli bo'lsin. U holda har qanday katta $L>0$ va o'zgarmas C uchun shunday $\varepsilon\in(0,\varepsilon_0]$ −ni mos qo'yishi mumkinki, $0<t\le\frac{L}{\mu^q}$ oraliqda

$$\|x(t,\varepsilon)-x_m(t,\varepsilon)\|\le\mu^{m+1-q}C \qquad (39)$$

tengsizlik o'rinli.

Isbot. (3)-sistemadan (33)-sistemani ayirib

$$\frac{dz}{dt}=A_0(\tau)z+\varepsilon A_1(\tau,\varepsilon)z+\varepsilon^2\int_0^\tau\sum_{i=1}^m(K_m(\tau,\sigma)+\sum_{i=1}^m K_m(\tau,\sigma)u_m(\sigma,\mu^q)d\sigma+\mu^q[f(\tau,x,\varepsilon)-f(\tau,x_m,\varepsilon)]+\varepsilon^{m+1}R_m(\tau,\varepsilon) \qquad (40)$$

tenglamani hosil qilamiz, bunda

$$z(t,\varepsilon)=x(t,\varepsilon)-x_m(t,\varepsilon),\qquad A_1(\tau,\varepsilon)=\sum_{s=1}^{m}\varepsilon^s A_1(\tau),\qquad L(\tau)=\tau \qquad (41)$$

(40)-tenglama

$$z(t,\varepsilon)=\varepsilon\int_0^L V(\tau,\varepsilon)V^{-1}(t,\varepsilon)zA_1(\tau,\varepsilon)z(t_1,\varepsilon)+V^{-1}(t,\varepsilon)\,f(\tau,x,\varepsilon)-[f(\tau,x_m,\varepsilon)]+\varepsilon^2\int_0^\tau V(\tau,\varepsilon)V^{-1}(t,\varepsilon)\big(K_m(\tau,0)+K_{is}(\tau,\sigma)\big)u_m d\sigma+\varepsilon^{m+1}\int_0^\tau V(t,\varepsilon)V^{-1}(t_1,\varepsilon)R_m(t,\varepsilon)dt_1, \qquad (42)$$

integral tenglamaga ekvivalent.

(42)-tenglamadan norma olib

$$\|z(t,\varepsilon)\|\le\varepsilon\int_0^\tau\|V(\tau,\varepsilon)\|\|V^{-1}(t,\varepsilon)\|\|A_1(\tau,\varepsilon)\|\|z(\tau,\varepsilon)\|dt+\varepsilon^2\int_0^t(\int_0^\tau\big\|K_0(\tau,\sigma)\big\|\big\|z(\sigma,\varepsilon)\big\|d\sigma+\big\|K_1(\tau,\sigma)\|\big\|z\|(\sigma,\varepsilon)\|d\sigma+\mu^{m+1-q}MLR_* \qquad (43)$$

tengsizlikni hosil qilamiz.

(43)-chi ifodaga Gronullo-bellman [17] tengsizligini qo‘llab

$$\|z(t,\varepsilon)\| = \|x(t,\varepsilon) - x_m(t,\varepsilon)\| \le \mu^{m+1-q} C \qquad (44)$$

tengsizlikini hosil qilamiz, bunda

$$C = MLR_* \exp(N + lMM), \quad [0,L] \text{ kesmada } \|A_1(\tau,\varepsilon)\| N, \quad \|R_*(\tau,\varepsilon)\| \le R_*$$

tengsizlik o‘rinli. (44) munosabat tuzilgan formal xususiy yechimni asimptotik xarakterga ega ekanligini ko‘rsatadi.

Xulosa. Ushbu ish kichik parametrga bog‘liq bo‘lgan sekin o‘zgaruvchi koeffitsiyentli integral-differensial tenglamalar sistemasining xarakteristik tenglamasi $k-$karrali $(k < n)$ nol ildizga ega bo‘lib unga bitta elementar bo‘luvchi mos kelgan hol uchun (qolgan ildizlar noldan farqli) formal xususiy yechimi tuzilgan. Shuningdek tuzilgan formal xususiy yechimni asimptotik xossaga ega ekanligi isbotlangan.

ADABIYOTLAR:

1. Фешенко С.Ф. Шкилв Н.Ц. Николенко А.Д. Асимптотические метод в теории минейных дифференциальных уравнений.-К.: Наукова думка, 1966. 252 с

2. Фешенко С.Ф. Питания теоріё звичайных мнейных дифференциальных ривнень другого порядкуз повильнозменними коеффициентами. // Наук. зак. КДПИ физ-мат. сер. 1948. N = 3, с.74-112.

3. Фишенко С.Ф. Мали коливанная системи из скинченим числам ступенив вильности. //Наук.запю КДПИ. Физ-мат. 1949 N=4, с. 99-155

4. Савин Г.М. Шевелло В.М. Кужей А.И. Про повздовжени коливанна пружено-вязкой нитки зминной довжини з вантажем на кинаи(опукання вантожу). // Прикл. механика 1955. 1., N=3, с. 328-338.

5. Быков. Я.В. О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений. // Фрунзе:Изд-во АН Кирчсср, 1957-326 с.

6. Векуа Н.П. Система линейных интегро-дифференциальных уравнений с малыми параметрам. //АН ГССР, 1962. 29. N=4. с. 385-391.

7. Иманалиев М.И. Асимптотические теория сингулярно-дифференциаьных систем. Фрунзе: Ишм, 1972.-356 с.

8. Квантилиани К.И. Интегро-дифференциальные уравнения типа Вальтерра с малым параметром при старших производных. //Сообщ.АН. ГССР. 1961. 26, N=3, с. 265-272.

9. Васильева А.Б. Бутузов З.Ф. Некоторые задачи на собственные значения для интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. // Диф. уравнения, 1965, 1, N=9. с. 1190-203.

10. Васильева А.Б. Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущённых уравнений. -М.:Наука. 1973.-272 с.

11.Вороней А.Н. Об асимптотическом решении систем линейных интегро-дифференциальных уравнений рационального ранга. // Укр.мат.турн. 1982. 34. N=3, с.274-290.

12.Вороной А.Н. О построения формальных решений линейной системы интегро-дифференциальных уравнений с малым параметром и переменным запаздыванием. // Укр. мат. журн., 1982., 34, N=6 с.744-749.

13. Фишенко С.Ф. Сотниченко Н.А. Об асимптотическом представлении решений интегро-дифференциальных уравнений в частных производных с запаздовающим аргументом. // Изв. Вузов. математика, 1973. N=2. с.88-90

14. Alishev A. Alishev Sh.A. Oddiy differensial tenglamalar sistemasini asimptotik integrallash. -T.: “Fan va texnologiya”, 2016. 260 b.

15. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Том 2. -М.: Наука. 1968-463 с.

16. Алишев А. Асимптотическое интегрование систем нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малые параметры. // Сб. “Приближённые методы анализа нелинейных колебаний”. К.: Инс. мат. АН УССР. 1984 г.

17. Беллман Р. Введение в теорию матриц. - М.: Наука. 1976, 351 с.