UO‘K 534.1:532.595

SUYUQLIK BILAN ALOQADA BO‘LGAN EGRI CHIZIQLI QUVURNING MAJBURIY TEBRANISHLARI

Sabirova Ra’no Azamatovna,
Toshkent kimyo-texnologiya instituti doktoranti
r.sabirova@tkti.uz
Sulaymonova Gulnoza Xamzayevna,
Toshkent kimyo-texnologiya instituti tayanch doktoranti
g.sulaymonova@tkti.uz
Fayzullayev Fazliddin Bozorboy o‘g‘li,
Toshkent kimyo-texnologiya instituti tayanch doktoranti
f.fayzullayev@tkti.uz
Salimova Dildora Baxodirovna,
Buxoro davlat texnika universiteti tayanch doktoranti
salimova_dildora@bstu.uz
Isayev Nurbek Faxriddin o‘g‘li,
Jizzax davlat pedagogika universiteti
Matematika kafedrasi o‘qituvchisi
isayev_nurbek@bstu.uz

Annotatsiya. *Ushbu maqolada suyuqlik bilan aloqada bo‘lgan egri chiziqli yopishqoq-elastik quvurlarning majburiy garmonik tebranishlari masalasi qo‘yilgan va sonli natijalar keltirilgan. Deformatsiyalanuvchi qattiq jism mexanikasi tenglamalari asosida egri sterjen modeli qurilgan, moddaning reologik xossalari irsiy nazariya operatorlari orqali hisobga olingan. Kompleks xos chastotalarni aniqlash uchun ortogonal progonka, Myuller va Gauss usullariga asoslangan algoritm va C++ dasturi ishlab chiqilgan hamda ko‘chishning amplituda-chastota xarakteristikalari qurilgan. Sterjen o‘qining egriligi (KL parametri) ortishi bilan so‘nish dekrementining birinchi chastotadan ikkinchisiga o‘tishi aniqlangan. Kichik chastotalarga mos ko‘chish amplitudalari tashqi dissipatsiya, katta (rezonans) chastotalar esa ichki qovushqoqlik hisobiga tez so‘nishi ko‘rsatilgan.*

Kalit so‘zlar: *quvur, egri sterjen, qovushqoq-elastiklik, irsiy nazariya, majburiy tebranish, kompleks chastota, so‘nish dekrementi, amplituda-chastota xarakteristikasi, egrilik parametri, rezonans.*

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ТРУБОПРОВОДА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ЖИДКОСТЬЮ

Аннотация. *В работе поставлена задача о вынужденных гармонических колебаниях криволинейных вязкоупругих трубопроводов, взаимодействующих с жидкостью, и получены численные результаты. На основе уравнений механики деформируемого твёрдого тела построена модель криволинейного стержня; реологические свойства материала учтены операторами наследственной теории вязкоупругости. Для определения комплексных собственных частот разработаны алгоритм и программа на языке C++, использующие методы ортогональной прогонки, Мюллера и Гаусса. Установлено, что с ростом параметра кривизны стержня (KL) декремент затухания переходит от первой частоты ко второй. Показано, что амплитуды перемещений при малых частотах быстро гасятся за счёт внешней диссипации, а резонансные амплитуды при больших частотах — за счёт внутренней вязкости материала.*

Ключевые слова: *трубопровод, криволинейный стержень, вязкоупругость, наследственная теория, вынужденные колебания, комплексная частота, декремент затухания, амплитудно-частотная характеристика, параметр кривизны, резонанс.*

FORCED VIBRATIONS OF A CURVED PIPE INTERACTING WITH A FLUID

Abstract. *This article formulates the problem of forced harmonic oscillations of curvilinear viscoelastic pipes in contact with a fluid and presents numerical results. Based on the equations of deformable solid mechanics, a curved rod model was constructed, and the rheological properties of the material were accounted for using hereditary theory operators. An algorithm and a C++ program based on*

the orthogonal sweep, Müller, and Gauss methods have been developed to determine complex eigenfrequencies, and the amplitude-frequency characteristics of displacement have been plotted. It has been established that as the curvature of the rod axis (KL parameter) increases, the damping decrement transitions from the first frequency to the second. It is shown that displacement amplitudes corresponding to low frequencies are rapidly damped due to external dissipation, while high (resonant) frequencies are damped due to internal viscosity.

Keywords: *pipe, curved rod, viscoelasticity, hereditary theory, forced oscillation, complex frequency, damping decrement, amplitude-frequency characteristic, curvature parameter, resonance.*

Kirish. Materialning qovushqoq-elastik xususiyatini hisobga olib, quvurlarning dinamik masalalarni yechish muhim amaliy ahamiyatga ega hisoblanadi. Silindrik koʻrinishdagi qovushqoq suyuqlikli qobiqlar tebranishlarini oʻrganishga imkon beruvchi parametrlarning barqarorligini ta'minlash xususiyatiga ega boʻlgan usullar ishlab chiqishga imkon beradi. Quyidagi [1,2,3] ishlarda chegaralangan sterjen va qobiqsimon quvurlarning erkin va majburiy tebranishlari oʻrganilib amaliyot uchun tavsiyalar berilgan. Elastik bir jinsli qobiqning $n \geq 2$ boʻlgan hol uchun bir tomoni mahkamlangan ikkinchi tomoni erkin qobiqning erkin tebranishlar chastotasi uchun nazariy tahlili berilgan [4,5]. Silindrik qobiqning erkin tebranishlar chastotasini $(l/R>10)$ $n>3$ boʻlgan hol uchun [6] ishda tadqiq etilgan. Qobiq egri chiziqli oʻqdan iborat boʻlsa, uning tebranishlarini oʻrganish ancha murakkablashadi. Egri chiziqli qobiqni oʻrganish nazariyasi mavjud boʻlmagani uchun u egri sterjen sirtida oʻrganilgan. Qobiqlarning egri chiziqli boʻlagidagi tebranishlarini tekshirish quyidagi adabiyotlarda keltirilgan [6,7,8]. Sterjen nazariyasi nuqtai nazari bilan yondashilgan qator ilmiy ishlarda zarb yuki ta'siridagi toʻgʻri chiziqli sterjenlar nazariy va sinov yoʻllari bilan oʻrganilganligining guvohi boʻlamiz [9,10]. Egri chiziqli sterjenlar tahlili juda ham kam oʻrganilgan. Faqat Svetlitskiy V.A. ilmiy ishlarida egri chiziqli sterjenlar uchun Timoshenko tenglamasi koʻrinishidagi tenglamalarni kiritgan va natijalar olingan [11]. Uzluksiz toʻlqinli harakatlar uchun dispersion chiziqlarni hosil qilganlar [12]. Toʻgʻri va egri sterjenlarda toʻlqin energiyasi kuchlanishining uzatilishi oʻrganilgan va boshqa xil koʻrinishdagi prujinalar uchun oʻz ilmiy izlanish natijalarini ham e'lon qilganlar [13,14]. Bu masalaning qoʻyilishi, yuqorida keltirilgan sterjenga qoʻyilgan yukning massa masalasidan kelib chiqadi. Qovushqoq-elastik sterjenning xos va majburiy tebranish masalasida normal bosim ostidagi tebranishlar oʻrganiladi.

Masalaning qoʻyilishi va yechish metodikasi.

Egri chiziqli quvurning harakat tenglamasini majburiy turgʻun tebranishlarini olishda ikki xil nazariyadan foydalaniladi: birinchisi sterjen, ikkinchisi toroidal qobiq nazariyasidan foydalanib olinadi. Ularning umumiy tenglamasi mumkin boʻlgan koʻchish prinsipi asosida olinadi. Bu obyektning harakat tenglamasi variatsion prinsip yoki mumkin boʻlgan koʻchish prinsipi asosida olinganda oldindan ma'lum boʻlgan, ya'ni yechilgan masalalarni umumlashtiradi. Faraz qilaylik, qovushqoq-elastik (dissipativ bir jinsli) quvurlarning tebranishi fazoviy koordinatalar sistemasida berilgan boʻlsin va ularda garmonik toʻlqinlar tarqalishi natijasida hosil boʻladigan dinamik jarayonlar va majburiy garmonik kuchlar ta'siridagi dinamik-kuchlanishlar deformatsiya holati oʻrganilsin. Bu elementlardan xayolan ajratib olingan elementar parallelepipedning dinamik harakatni ifodalovchi tenglamasi tenzor koʻrinishda qoʻyidagicha boʻladi [1]:

$$\sigma_{ij,j} + \rho_{\kappa}(F_i - \ddot{u}_i) = 0, \qquad (1)$$

$$\hat{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right),$$

$$\sigma_{ij} = \tilde{\lambda}\theta\delta_{ij} + 2\tilde{\mu}\hat{\varepsilon}_{ij}$$

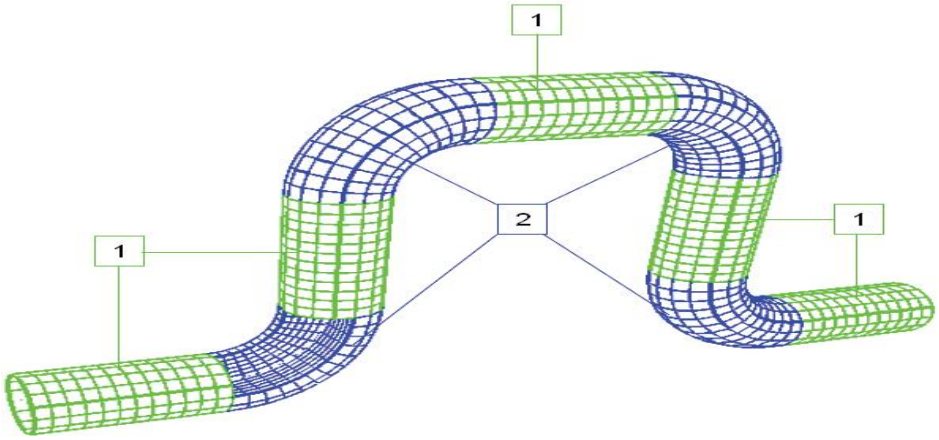
bunda $\sigma_{ij,j}^{(k)}$ - kuchlanishlar tenzori komponentlari; F_i =0; ρ -qatlamlar zichliklari; δ_{ij} -Kroneker simvoli: $i=j$,boʻlsa 1 ga, $i \neq j$ boʻlsa 0 ga teng; ε_{ij} - deformatsiya tenzori komponentlari; θ -hajmiy deformatsiya; $\tilde{\lambda}$ va $\tilde{\mu}$ -kompleks operatorlar

$$\tilde{\lambda}\ f(t)=\lambda_0\left[f(t)-\int_0^t R_\lambda(t-\tau)f(\tau)d\tau\right];$$

$$\tilde{\mu}\ f(t)=\mu_0\left[f(t)-\int_0^t R_\mu(t-\tau)f(\tau)d\tau\right], \qquad (2)$$

bu yerda ham *f(t)*–vaqtning ixtiyoriy funksiyasi; $R_\lambda(t-\tau)$ *ва* $R_\mu(t-\tau)$ – relaksatsiya yadrolari; λ_0, μ_0 –oniy elastiklik modullari.

Ushbu maqolada o‘rganilayotgan quvur dissipativ konstruktsiyalar quyidagi 1–rasmda keltirilgan.



1-rasm. Egri sterjenning bir ko‘rinishi; 1 – t**o‘g‘ri chiziq qismi; 2** – **egri chiziqli qismi**

Elastiklik nazariyasining uch o‘lchovli masalasini soddalashtirganimimizda qobiq nazaryasidan foydalanamiz. Buning uchun qobiqda Kirxgof-Lyav yoki Timoshenko S.P. gipotezalari o‘rinli bo‘ladi, deb qaraymiz. U holda, variatsion tenglama quyidagi ko‘rinishga keladi:

$\delta A_F + \delta A_I = 0$ (3)

Ichki kuchlar bajargan ishning variatsiyasi (δA_{Fk}) quyidagicha bo‘ladi:

$$\delta A_F = -\delta\Pi = -\int_V \sigma_{ij}\,\delta\varepsilon_{ij}dV \qquad (4)$$

Bunda *P* jismning potensial energiyasi; σ_{ij} – jism kuchlanish tenzorining komponentalari; ε_{ij} – deformatsiya tenzorining komponentalari, *V – jismning fazoda egallagan hajmi*.

Inertsiya kuchining virtual ishi (δA_I) quyidagicha ifodalanadi:

$$\delta A_k = -\sum_{i=1}^{3}\int_V \rho\,\ddot{u}_i\delta u_i dV$$

bunda ρ- jism materiali zichligi; u_i–ko‘chish vektorining komponentalari; $\ddot{u}_i = \partial^2 u_i / \partial t^2$; t -vaqt. Quvurning fizik xossalarini ifodalovchi munosabatlar (1) ko‘rinishda bo‘ladi. Bu (2) o‘rniga $\tilde{E}$ –operator ko‘rinishdagi elastiklik modulini ham olish mumkin, u holda qo‘yidagi integral munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$\tilde{E}\ f(t)=E_0\left[f(t)-\int_0^t R_E(t-\tau)f(\tau)d\tau\right] \qquad (5)$$

$R_E(t-\tau)$–relaksatsiya yadrosi; E_0 -oniy elastiklik moduli. Yuqorida keltirilgan (5) integral had kichik hisoblanadi, shuning uchun $\varphi(t)$ funksiya uchun $\varphi(t)=\psi(t)e^{-i\omega_R t}$ o‘rinli bo‘ladi. Bu kichik chiziqli tebranishlarga mos keladi. Bu yerda -vaqtning sekin o‘zgaruvchi funksiyasi, -haqiqiy kattalik $\psi(t)\ \omega_R$. U holda [14] ishda keltirilgan munosabatlardan foydalansak, (5) quyidagicha ifoda bilan taqriban almashtirish mumkin:

$$\overline{E}_{\kappa}\varphi = E_{0\kappa}\left[1-\Gamma_{\kappa}^{C}(\omega_R)-i\Gamma_{\kappa}^{S}(\omega_R)\right]\varphi,$$

bunda

$\Gamma^{C}(\omega_R)=\int_0^{\infty} R(\tau)\cos\omega_R\tau\, d\tau,\ \Gamma^{S}(\omega_R)=\int_0^{\infty} R(\tau)\sin\omega_R\tau\, d\tau$ -material relaksatsiya yadrosining mos ravishda, kosinus va sinus Furye tasvirlari.

Ko‘pchilik hollarda harakatning xususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi (1) va (2), ba’zi murakkab bo‘lmagan operatsiyalardan so‘ng kompleks koeffitsiyentli birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasini yechishga keltiriladi. Ular kompleks arifmetikada ortogonal progonka va Myuller, Laplas, Gauss va maxsus funksiyalarga asoslangan uslubiyot va algoritm bilan yechiladi. Ba’zi murakkab hollarda (1) va (2) tenglamalar sistemasining yechimlari chekli ayirmalar, progonka, Myuller, Laplas, Gauss va maxsus funksiyalarga asoslangan uslubiyot va algoritm bilan ham yechiladi. Qo‘llangan algoritm asosida C++ tilida dastur ishlab chiqilgan. Test masalalarni yechishda MAPLE-9.5 dasturiy ta’minotidan ham foydalanildi. Yuqorida keltirilgan (3) tenglikdan birinchi tartibli kompleks koeffitsiyentli oddiy differensial tenglamalar sistemasi olindi. Bu spektral masala sterjenning tekis-parallel harakatini ifodalaydi. Asosiy maqsad kompleks chastota va unga mos keluvchi tebranishlar formasini ko‘rishdan iborat bo‘lib, spektral masala quyidagicha bo‘ladi:

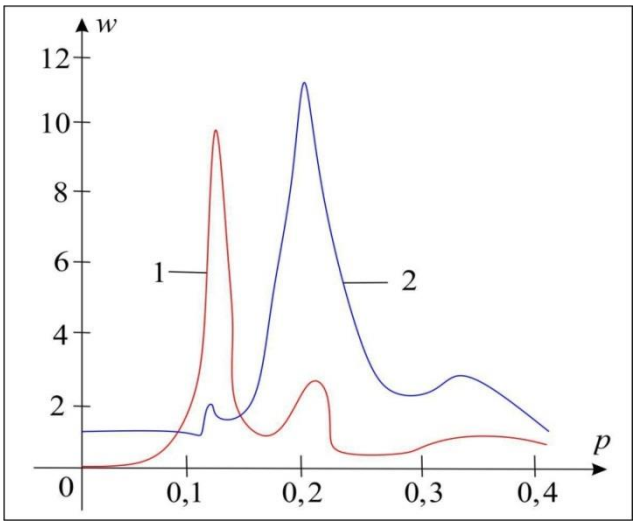
$$\begin{aligned}
\frac{du}{dx} &= \frac{T}{ES(1+\beta_3\omega i)} + Kw,\\
\frac{dw}{dx} &= \theta - Ku,\\
\frac{d\theta}{dx} &= \frac{M_1}{EJ_1k(1+\beta_1\omega i)},\\
\frac{dT}{dx} &= -KQ_1 + u(a_1\omega i - \rho S\omega^2),\\
\frac{dQ_1}{dx} &= KT - w(a_2\omega i - \rho S\omega^2),\\
\frac{dM_1}{dx} &= Q_1 - \rho J_1\omega^2\theta\,.
\end{aligned} \qquad (6)$$

Chegaraviy masala (6) tenglamalar yordamida ishlab chiqilgan algoritm va dastur asosida, kompleks arifmetikada yechiladi.

Egri sterjenning majburiy garmonik tebranishlari. Faraz qilaylik, sterjenning ikki uchidan yoki mahkamlangan uchidan quyidagi garmonik qonunga bo‘ysunuvchi yuk (nagruzka) yoki shart qo‘yilgan bo‘lsin:

$$u = Ue^{i\omega t},\quad w = We^{i\omega t},\quad \theta_1 = He^{i\omega t} \qquad (7)$$

$$x=0:\quad U^0 = U,\ W^0 = W,\ \theta_1^0 = H\,. \qquad (8)$$



2-rasm. Ko‘chishning amplituda-chastota xarakteristikasi $W^0(L)$

Garmonik tebranishda tebranishlar formasi (6), (7) va (8) chegaraviy masalalarni yechib topiladi. Majburiy garmonik harakatda majburiy tebranishlar chastotasi ω berilgan bo‘ladi, ya’ni haqiqiy songa teng bo‘ladi. Yuqorida qo‘yilgan masala ishlab chiqilgan algoritm va dastur asosida yechiladi.

Bu yuqoridagi (4) va (6) tenglamalarni chegaraviy shart asosida yechishga olib kelinadi. Ishlab chiqilgan algoritm va dastur asosida kompleks xos son va tebranishlar formasi topiladi. So‘nish dekrementi quyidagi formula bilan topiladi:

$$\delta = 2\pi \frac{|\mathrm{Im}\,\omega|}{\mathrm{Re}\,\omega}.$$

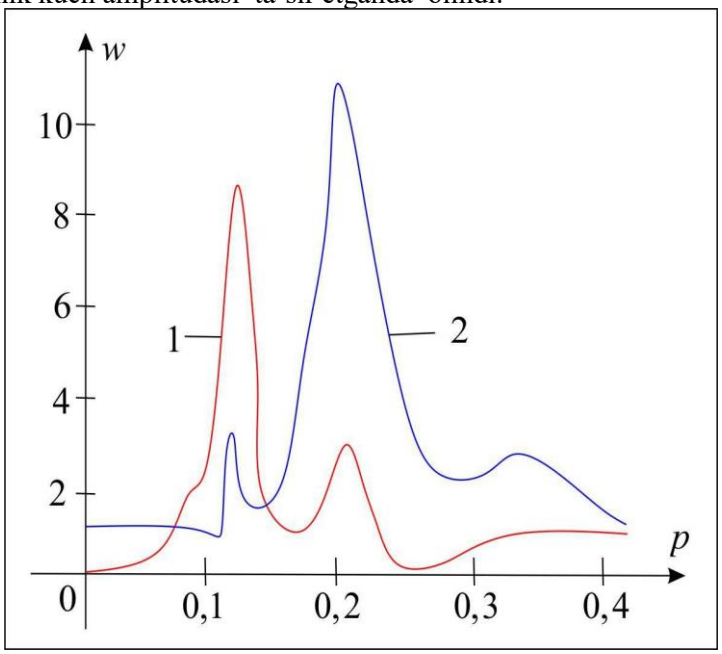
Spektral masalada qovushqoq sterjen yoki elastik sterjen suyuqlikda joylashgan bo‘lsa, chastota kompleks ko‘rinishda bo‘ladi. Uning haqiqiy qismi tebranishlar chastotasini bersa, mavhum qismi so‘nish koeffitsiyenti yoki so‘nish dekrementini beradi. Majburiy tebranishlar uchun olingan sonli natijalar 2 va 3-rasmlarda keltirilgan. Bu rasmdagi chiziqlar mos ravishda $v^0(L)$ *ва* $W^0(L)$ ko‘chishlar uchun olingan. Egrilik parametri $KL = 3{,}14$ ga teng. Sterjenning mahkamlangan joyiga qo‘yilgan nagruzka amplitudasi quyidagicha:

$$U = 1, \quad W = H = 0. \qquad (9)$$

2-rasmdagi 2-egri chiziq ham $W^0(L)$ amplituda-chastota xarakteristikasi:

$$U = H = 0, \quad W = 1. \qquad (10)$$

(2.38) tashqi garmonik kuch amplitudasi ta’sir etganda olindi.



3-rasm. Ko‘chishning amplituda-chastota xarakteristikasi $v^0(L)$

Yuqoridagi 3-rasmda xuddi yuqorida keltirilgan natijalar singari, sterjenning qovushqoqligini hisobga olib topilgan yadro relaksatsiyasidagi A_j parametr oshib borsa, ko‘chish amplitudasi kamayib borishi kuzatildi.

Biz o‘rgangan tebranishlar formasi ham kompleks kattalik hisoblanadi. Masalan, $x = L$ bo‘lgandagi tebranishlar formasi, U_0 esa, $\omega = 0.0504$ bo‘lganda rezonans qiymatga yaqin bo‘ladi. $U_1 = -1{,}76 + 24{,}4i$ va $U_2 = 0{,}078 - 3{,}65i$ teng bo‘ladi.

Xulosalar. Suyuqlik bilan aloqada bo‘lgan egri qovushqoq-elastik sterjenning majburiy tebranishlari masalasi qo‘yildi va sonli natijalar olindi.

1. Erkin tebranishlar chastotasining kompleks kattalik bo‘lishi topildi. Uning haqiqiy qismi tebranishlar chastotasini, mavhum qismi esa, so‘nish dekrementi koeffitsiyentini (zatuxaniya) ifodalashi asoslab berildi.

2. Kompleks chastotaning haqiqiy qismining ortishi bilan ularga mos keluvchi so‘nish dekrementi ham ortib boradi. Bu esa, tebranishlar amplitudasining kamayishiga olib keladi. Tebranishlar chastotasi mavhum kattalikka teng bo‘lishi aperiodik harakatlarni yuzaga keltiradi.

3. Kichik chastotalarga mos keluvchi ko‘chish amplitudalari (maksimal ko‘chish amplitudasi) tashqi dissipatsiya hisobidan tez so‘nishga olib kelinishi mumkin. Katta chastotalarga mos keluvchi rezonans amplitudalarining esa ichki qovushqoqlik hisobidan tez so‘nishi asoslab berildi.

4. Tashqi qarshilikli katta egrilikka ega sterjenlar uchun ($KL \succ 3{,}14$), KL ortishi bilan so‘nish dekrementi birinchi chastotadan ikkinchisiga o‘tadi. Bunday samarani birinchi marta to‘g‘ri sterjen uchun V. Biderman topgan. Bu samara qovushqoq-elastik sterjen uchun ham o‘rinli bo‘ladi.

ADABIYOTLAR:

1. Сафаров И.И., Тешаев М.Х., Эсанов Н.Қ., Ҳамроева З.Қ. Математическое моделирование собственных и вынужденных колебаний криволинейных труб, взаимодействующих со средой. – Тошкент: ФАН, 2009. – 161 с.

2. Esanov N.K. Свободные колебания трубопроводов как тонких цидиндрических оболочек с учетом внутреннего давления // Вихоro davlat universiteti ilmiy axboroti. – Вихоro. – 2019. – №1. – С. 46-52.

3. Эсанов Н.К, Сафаров И.И.,.Эшмаматов М., Болтаев З.И., Кулмуратов Н. Суюқлик оқувчи кўп қатламли қувурлар бўлакларининг динамик юкланишлар таъсирида кучланиш-деформатция ҳолатини ўрганиш усулларини ишлаб чиқиш ва назариясини ривожлантириш. – Тошкент. – 2019. – 219 с.

4. Ashley H., Haviland G. Bending vibrations of a pipeline containing flowing fluid // Jorn.Appl. Mech. – 1950. Vol 17, №3, p. 229-232.

5. Alujević N., Campillo-Davo, Kind P. t, Desmet W., Pluymers B., Vercammen S. Analytical solution for free vibrations of rotating cylindrical shells having free boundary conditions, Engineering Structures, 132(2017). – 2017. – P. 152-171.

6. Drucker D. P., Prager W. Soil Mechanics and Plastic Analysis or limit Design// Quarterly of Applied Mathematics , Vol 10, 2 , 1952. – P. 157 -165.

7. DNV–RP–F110 Global Buckling of Submarine Pipelines, Structural Design Due to High Temperature High Pressure. Recommended Practice. Det Norske Veritas. Norway, 2007. – 64p.

8.Dedieu J. P., Tisseur F., Perturbation theory for homogeneous polynomial eigenvalue problems, Linear Algebra and its Applications 358(2003), 2003. – P. 71-94.

9. Hoever C., Tsotras A., Saemann E.U., Kropp W. A comparison between finite element and waveguide finite element methods for the simulation of tyre/road interaction. Proceedings of the Inter Noise Conference, Innsbruck, Austria, 2013 . – P. 67-74.

10. Carnet H., Lielly A. Free vibrations of reinforced elastic shells// Journal of Applied Mechanics. – Vol. 36. 1969. – № 4. – pp. 835-844, doi: 101115/ 1.3564.779.

11. Ch.W. Yu, Dravinski M. Scattering of plane harmonic P, SV or Rayleigh waves by a completely embedded corrugated cavity, Geophysical Journal International, 178 (2009), 2009. – P. 479-487.

12. Gomes R.C., Gouveia F., Torcato D., Santos J. Seismic response of shallow circular tunnels in two-layered ground, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 75 (2015), 2015. – P. 37-98.

13.Kim W., Chung J.,Free non-linear vibrations of a rotating thin ring with the inplane and out-of-plane motions. Journal of Sound and Vibration, 258(1), 2002. – P. 167-178.

14. Сафаров И.И. Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. – Ташкент: Фан, 1992 . – 250 с.